

УДК 528.516:629.783

DOI: 10.33764/2411-1759-2022-27-1-15-21

## ВЛИЯНИЕ КРИВИЗНЫ ТРАЕКТОРИИ РАДИОСИГНАЛА В НЕЙТРОСФЕРЕ НА ЛУЧЕВУЮ СКОРОСТЬ СПУТНИКА

*Владимир Иванович Дударев*

Сибирский государственный университет геосистем и технологий, 630108, Россия, г. Новосибирск, ул. Плеханова, 10, доктор технических наук, профессор кафедры космической и физической геодезии, тел. (383)343-29-11, e-mail: leodvi@rambler.ru

В статье рассматривается влияние рефракции атмосферы Земли на лучевую скорость спутника, определяемую по результатам выполненных беззапросных дифференциальных доплеровских траекторных измерений. Целью исследования является проведение сравнительного анализа ошибок в результатах этих измерений, вызванных влиянием рефракции нейтросферы, с ошибками, обусловленными аппаратной точностью современных доплеровских приемников. Для достижения поставленной цели были получены формулы, позволившие для различных зенитных расстояний оценить возмущения лучевой скорости спутника, вызванные искривлением траектории распространения электромагнитного колебания в нейтросфере Земли. Для этой оценки использовалась также разработанная ранее автором аппроксимационная модель, позволяющая определять длину криволинейного участка траектории электромагнитного колебания в нейтросфере. Кроме того, по полученным в работе формулам выполнена оценка абсолютных ошибок измерения разностной частоты и лучевой скорости, обусловленных ошибкой счета числа циклов разностной частоты доплеровскими приемниками. На основе анализа полученных экспериментальных данных сделан вывод: на стадии математической обработки результатов беззапросных дифференциальных доплеровских траекторных измерений спутников необходимо учитывать возмущения его лучевой скорости, вызванные кривизной траектории распространения радиосигнала в нейтросфере Земли.

**Ключевые слова:** спутник, дифференциальные доплеровские измерения, лучевая скорость, рефракция, нейтросфера, кривизна траектории радиосигнала, аппроксимационная модель траектории радиосигнала, разностная частота.

### *Введение*

Задачи, решаемые методами космической геодезии, относятся к задачам оценивания параметров состояния сложных нелинейных динамических систем. Чтобы их решение было единственным и отвечало требуемым предельным свойствам по имеющемуся объему выборки измерительной информации, их постановка должна быть оптимальной и корректной [1]. Для этого, среди прочих, необходимо соблюдение условия адекватности математических моделей измерений. Критерий адекватности здесь определяется точностью измерений, выполняемых современной спутниковой аппаратурой. В настоящее время наиболее востребованными являются беззапросные радиотехнические (фазовые, частотные, импульсные) траекторные измерения спутников. Для них разработаны соответствующие нелиней-

ные математические модели, в которых учитываются абберационные и релятивистские эффекты, особенности работы передающей и приемной аппаратуры, рефракция атмосферы Земли [2, 3]. В рамках статьи [4] была разработана теория, позволяющая вычислять разницу между длиной фазового пути (длиной траектории между фазовыми центрами передающей и приемной антенн) распространения электромагнитной волны (ЭМВ) в атмосфере Земли и топоцентрическим расстоянием до космического аппарата (КА). В работе [5] произведена оценка точности измерений, выполняемых современной радиодальномерной спутниковой аппаратурой. На основании анализа полученных результатов различие между фазовым путем и топоцентрическим расстоянием было учтено в математических моделях беззапросных фазовых и импульсных радиодальномерных траекторных измерениях спут-

ников [5]. В рамках данной работы будет выполнена оценка точности спутниковых измерений, выполняемых современной доплеровской аппаратурой, а также оценка влияния разности между длиной криволинейного пути ЭМВ в нейтросфере Земли и топоцентрическим расстоянием до спутника на его лучевую скорость.

### Модель атмосферы Земли

В космической геодезии для учета влияния атмосферной рефракции на результаты радиотехнических наблюдений спутников используется модель атмосферы Земли, состоящая из двух слоев: нейтросферы и ионосферы. Они отличаются друг от друга своими электрическими свойствами [6, 7]. Нейтросфера располагается на высотах от 0 км до ~ 60 км, ионосфера – на высотах от ~ 60 км до ~ 20 000 км. Нейтросфера состоит из смеси газов и водяного пара. Показатель преломления среды в ней зависит от температуры, давления и влажности. Ионосфера состоит из ионизированных частиц газов. Показатель преломления среды здесь зависит от плотности электронной концентрации, которая меняется от времени суток, солнечной активности и удаления от Земли. Из-за такой модели строения атмосферы существует и два вида рефракции: в нейтросфере и ионосфере. В нейтральной атмосфере рассматривается суммарное влияние тропосферы и стратосферы. Их совместное влияние обычно называют тропосферной рефракцией.

Атмосферная рефракция не только искривляет траекторию распространения ЭМВ, но и изменяет ее длину. В нейтросфере рефракция удлиняет измеряемое расстояние, в ионосфере – укорачивает. Изменение длины траектории ЭМВ в нейтросфере в значительной степени учитывается аппроксимационными моделями рефракции. К лучшим из них относятся модели Саастамойнена, Хопфилдта и Блэка, которые допускают погрешность вычисления около 1 % (от 2 до 30 см в зависимости от высоты спутника над горизонтом) [8, 9–15]. В ионосфере этот эффект в значительной степени учитывается проведением измерений на двух частотах [16, 17].

В ионосфере искривление траектории распространения ЭМВ изменяет измеряемое расстояние до КА не более чем на 0,8 см для зенитных расстояний меньших 80° [18], в нейтросфере – до 182 м (таблица). В работе будет исследовано влияние кривизны траектории ЭМВ в нейтросфере на лучевую псевдоскорость спутника, которая используется при математической обработке беззапросных дифференциальных доплеровских траекторных измерений для оценивания орбитальных, геодезических и геодинамических параметров. Под лучевой псевдоскоростью здесь понимается лучевая скорость, искаженная сингулярной ошибкой. Появление сингулярной ошибки в этом виде измерений обусловлено атмосферной рефракцией, абберационными и релятивистскими эффектами, нестабильностью частот опорных генераторов и внутренними временными задержками приемника и передатчика [2].

Возмущения  $\Delta V'$  лучевой псевдоскорости спутника

| Зенитное расстояние КА (°) | Криволинейное расстояние $S$ (м) | Топоцентрическое расстояние $\rho_A$ (м) | Поправка $\delta\rho$ (см) | Возмущение лучевой скорости $\Delta V'$ (см/с) |
|----------------------------|----------------------------------|--|----------------------------|--|
| 90                         | 876052,614                       | 876007,792                               | 4482,2                     | 1494   |
| 85                         | 481019,632                       | 481012,268                               | 736,3                      | 245  |
| 80                         | 304011,013                       | 304009,196                               | 181,7                      | 60,6   |
| 75                         | 217589,646                       | 217589,005                               | 64,1                       | 21,4   |
| 70                         | 168956,610                       | 168956,326                               | 28,4                       | 9,47   |
| 65                         | 138469,118                       | 138468,972                               | 14,5                       | 4,83   |
| 60                         | 117865,262                       | 117865,180                               | 8,2                        | 2,73   |
| 50                         | 92335,818                        | 92335,787                                | 3,1                        | 1,03   |
| 40                         | 77732,506                        | 77732,493                                | 1,3                        | 0,43   |
| 30                         | 68875,700                        | 68875,695                                | 0,5                        | 0,17   |
| 20                         | 63535,044                        | 63535,042                                | 0,2                        | 0,07   |
| 10                         | 60652,858                        | 60652,858                                | 0,0                        | 0,00   |

**Теория учета влияния искривления траектории ЭМВ в нейтросфере Земли на измеряемое расстояние до спутника**

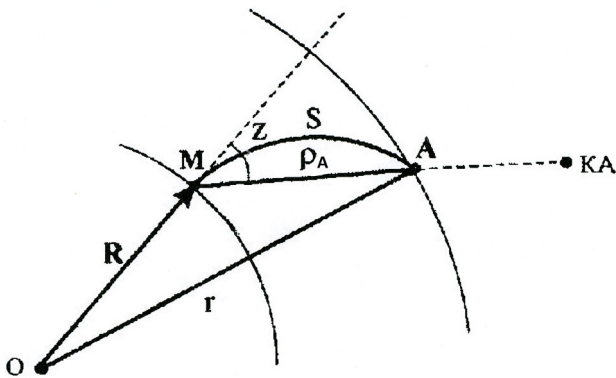
Длина фазового пути  $S'$  распространения ЭМВ между наземным пунктом (НП) и КА определяется по формулам [18, 19]

$$S' = S + \delta r_{TR} + \delta r_{IR}; \quad (1)$$

$$S = \rho + \delta r, \quad (2)$$

где  $S$  – криволинейное расстояние между КА и НП;  $\delta r_{TR}$ ,  $\delta r_{IR}$  – тропосферная и ионосферная поправки, учитывающие изменение скорости распространения ЭМВ в нейтросфере и ионосфере Земли соответственно;  $\rho$  – топоцентрическое расстояние до спутника;  $\delta r$  – различие между криволинейным и топоцентрическим расстояниями до КА (поправка за кривизну траектории ЭМВ в атмосфере).

В ионосфере поправка  $\delta r$  незначительна, поэтому будет выполнена оценка влияния кривизны траектории ЭМВ на измеряемую лучевую псевдоскорость спутника только в нейтросфере. В связи с этим под параметрами  $S$  и  $\delta r$  будут пониматься длина криволинейного пути и поправка за кривизну траектории распространения ЭМВ в нейтросфере соответственно (рисунки).



Геометрия появления поправки  $\delta r$ :

$O$  – начало геоцентрической системы координат;  $M$  – положение НП на поверхности Земли;  $A$  – верхняя точка нейтросферы в направлении на спутник;  $R$  – геоцентрический радиус-вектор НП;  $\rho_A$  – топоцентрическое расстояние до точки  $A$ ;  $r$  – геоцентрическое расстояние до точки  $A$ ;  $Z$  – зенитное расстояние спутника

С учетом сказанного поправка  $\delta r$  может быть вычислена как [4]

$$\delta r = S - \rho_A. \quad (3)$$

Радиус кривизны  $\mu$  траектории ЭМВ в нейтросфере определяется по формуле [7, 20]

$$\mu = -n / [\sin Z \cdot (dn / dr)], \quad (4)$$

в которой показатель преломления  $n$  находится из выражения [7, 20]

$$n = 1 + 0,776 \cdot 10^{-6} \cdot T^{-1} \cdot (P + 4810 \cdot e \cdot T^{-1}). \quad (5)$$

В формуле (5) обозначено:  $T$  – абсолютная температура;  $P$  – атмосферное давление;  $e$  – парциальное давление водяных паров;  $dn / dr = -4 \cdot 10^{-8} \text{ м}^{-1}$  – градиент показателя преломления в нейтросфере.

В выражении (3) длина криволинейного пути ЭМВ в нейтросфере описывается аппроксимационной моделью вида [4]

$$\begin{aligned} S &= 2 \cdot \mu \cdot \arcsin(0,5 \cdot \rho_A / \mu); \\ \rho_A &= r \cdot \sin \alpha / \sin Z; \\ \alpha &= Z - \arcsin(R / r \cdot \sin Z); \\ r &= N + 60\,000 \text{ м}; \\ Z &= \arccos((X \cdot x + Y \cdot y + Z \cdot z) / (R \cdot \rho)), \end{aligned} \quad (6)$$

где  $N$  – радиус кривизны земного эллипсоида в плоскости первого вертикала для места расположения НП;  $R$  – геоцентрическое расстояние до НП;  $X, Y, Z$  – прямоугольные геоцентрические координаты НП;  $x, y, z$  – прямоугольные топоцентрические координаты спутника.

**Оценка абсолютной ошибки измерения лучевой псевдоскорости спутника**

Перед выводом формул для расчета возмущения в лучевую псевдоскорость спутника, обусловленную кривизной пути ЭМВ в нейтросфере, оценим точность, с которой выполняются измерения современными доплеровскими приемниками. В случае беззапросных дифференциальных доплеровских траекторных измерений лучевая псевдоскорость  $V$  определяется по формуле [21]

$$V = (f_G - f_R) \cdot C / f_s, \quad (7)$$

где  $f_G$  – частота имитирующих колебаний опорного генератора наземного приемника;  $f_R$  – частота принятого доплеровским приемником электромагнитного колебания;  $C$  – скорость света в вакууме;  $f_s$  – частота опорного генератора передатчика.

Доплеровские приемники выполняют счет числа циклов  $N$  разностной частоты ( $f_G - f_R$ ) на интервале времени  $T_G$ , продолжительность которого находится в пределах от 0,5 до 3 с. Значение разностной частоты определяется как

$$f_G - f_R = N/T_G. \quad (8)$$

Отсюда следует, что

$$V = N \cdot C / (T_G \cdot f_s). \quad (9)$$

На основе выражений (8) и (9) можно получить формулы для оценки абсолютных ошибок измерения разностной частоты  $\Delta(f_G - f_R)$  и лучевой псевдоскорости  $\Delta V$  спутника, обусловленные абсолютной ошибкой  $\Delta N$  счета числа циклов разностной частоты. Они имеют вид

$$\Delta(f_G - f_R) = \Delta N / T_G; \quad (10)$$

$$\Delta V = \Delta N \cdot C / (T_G \cdot f_s). \quad (11)$$

Величина ошибки  $\Delta N$  для доплеровских приемников составляет 0,01 цикла [22].

В качестве примера рассмотрим спутники геодезических навигационных спутниковых систем (ГНСС). При  $T_G = 3$  с абсолютная ошибка измерения разностной частоты составит  $\Delta(f_G - f_R) = 3,3 \cdot 10^{-3}$  Гц. У спутников ГНСС TRANZIT и ЦИКАДА частота опорного генератора передатчика  $f_s \approx 4 \cdot 10^8$  Гц. Отсюда  $\Delta V \approx 2,5$  мм/с. У спутников ГНСС NAVSTAR и ГЛОНАСС  $f_s \approx 15 \cdot 10^8$  Гц. Поэтому  $\Delta V \approx 0,7$  мм/с.

Получим необходимые формулы для оценки возмущения  $\Delta V'$  в лучевой псевдоскорости спутника, обусловленной кривизной траектории распространения радиосигнала ЭМВ в нейтросфере Земли. Так как разность длин траекторий до спутника  $\Delta S$  определяется как [21]

$$\Delta S = N \cdot C / f_s, \quad (12)$$

то формула (9) примет вид

$$V = \Delta S / T_G. \quad (13)$$

Дифференцируя зависимость (13), получим выражение для определения возмущения  $\Delta V'$  лучевой псевдоскорости

$$\Delta V' = \delta p / T_G. \quad (14)$$

Здесь поправка  $\delta p$  определяется по формуле (3).

Для представления о значимости возмущения лучевой псевдоскорости были проведены численные эксперименты. Анализ их результатов показал, что эти возмущения следует учитывать при обработке результатов беззапросных дифференциальных доплеровских траекторных измерений спутников. Материалы одного из таких экспериментов представлены в таблице. Здесь наземный пункт имел следующие геодезические координаты, заданные относительно референц-эллипсоида Красовского: широта  $55^\circ$ , высота 260 м. При этом параметры нейтросферы были такими: абсолютная температура 293 °К, атмосферное давление 1 013 мбар, парциальное давление 11 мбар.

### Заключение

В результате исследований применительно к проведению беззапросных дифференциальных доплеровских траекторных измерений спутников были получены аналитические выражения, позволяющие определять численные значения абсолютных ошибок разностной частоты и лучевой псевдоскорости спутника, обусловленных ошибкой счета циклов разностной частоты доплеровскими приемниками. Получена формула, позволяющая оценивать возмущения лучевой псевдоскорости спутника, обусловленной кривизной траектории распространения радиосигнала в нейтросфере Земли. Представлены численные значения абсолютных ошибок измерения лучевой псевдоскорости для спутников двух радионавигационных систем, а также возмущения лучевой псевдоскорости для различных зенитных расстояний спутника. На основе анализа

экспериментальных данных можно сделать следующий вывод: в процессе математической обработки результатов беззапросных дифференциальных доплеровских траекторных измерений спутников необходимо учитывать возмущения лучевой псевдоскорости, вызванные кривизной траектории распространения радиосигнала в нейтросфере Земли.

### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Дударев В. И. Оценка параметров состояния нелинейных динамических систем в спутниковой геодезии // Известия вузов. Геодезия и аэрофотосъемка. – 2013. – № 4/С. – С. 8–13.
2. Дударев, В. И. Математические модели доплеровских траекторных измерений спутников // Геодезия и картография. – 2008. – № 2. – С. 76–77.
3. Дударев В. И. Математические модели беззапросных радиодальномерных траекторных измерений спутников // Геодезия и картография. – 2008. – № 6. – С. 53–54.
4. Дударев В. И. Поправка в дальность за кривизну траектории распространения радиосигнала в тропосфере Земли // Известия вузов. Геодезия и аэрофотосъемка. – 2009. – № 6. – С. 37–39.
5. Дударев В. И. Учет кривизны траектории радиосигнала в тропосфере в радиодальномерных траекторных измерениях спутников // Вестник СГУГиТ. – 2018. – Т. 23, № 3. – С. 154–162.
6. Алексеев А. В., Кабанов М. В., Куштин И. Ф. Оптическая рефракция в земной атмосфере (горизонтальные трассы). – Новосибирск : Наука, 1982. – 160 с.
7. Колосов М. А., Шабельников А. В. Рефракция электромагнитных волн в атмосферах Земли, Венеры и Марса. – М. : Советское радио, 1976. – 220 с.
8. Хенриксен С., Манчини А., Човиц Б. Использование искусственных спутников для геодезии / Пер. с англ. Л. В. Рыхловой, В. В. Нестерова. – М. : Мир, 1975. – 432 с.
9. Black H. D. An easily implemented algorithm for tropospheric range correction // Journal of Geophysical Research. – 1978. – Vol. 83 (B4). – P. 1825–1828.
10. Chen J. Y. Geodetic datum and Doppler positioning // Mitt. geod. Inst. Techn. Univ. Graz. – 1982. – No. 39. – 255 p.
11. Hopfieldt H. S. Tropospheric effects on electromagnetically measured range: prediction from surface weather data // Radio Science. – 1971. – Vol. 6, No. 3. – P. 357–367.
12. Hopfieldt H. S. Tropospheric refraction effects on satellite range measurements // APL Technical Digest. – 1972. – Vol. 11 (4). – P. 11–19.
13. Kouba J. A. A review of geodetic and geodynamic satellite doppler positioning // Reviews of Geophysics and Space Physics. – 1983. – Vol. 21, No. 1. – P. 27–40.
14. Saastamoinen J. J. Contribution to the theory of atmospheric refraction // Bulletin Geodesique. – 1973. – No. 107. – P. 13–34.
15. Schluter W., Pesec P. Mathematisches modell zur auswertung von auswertung von dopplermessungen // Veröffentlichungen Deutsche geodatische Kommission bei der Bayerischen Akademie der Wissenschaften. – 1982. – No.210 (B). – P. 37–54.
16. Баняй Л., Фелше Г. Моделирование ошибок доплеровских наблюдений // Наблюдения искусственных спутников Земли : докл. Междунар. науч. конф. / Болгар. Акад. Наук. – София, 1982. – № 20. – С. 358–364.
17. Munck J. C. Ionospheric correction for (pseude) range measurement to satellites // Proceedings of the General Meeting of the IAG, Tokyo, May 7 – 15, 1982. – Kyoto, 1982. – P. 553–561.
18. Маррей К. Э. Векторная астрометрия / Пер. с англ. Я. С. Яцкива. – Киев : Наукова думка, 1986. – 328 с.
19. Дударев В. И. Методика учета влияния атмосферной рефракции в радиотехнических траекторных измерениях спутников // МНТК, посвященная 220-летию со дня основания Московского государственного университета геодезии и картографии (МИИГАиК). Сб. статей / МГУГиК. – М., 2000. – С. 9–17.
20. Грудинская Г. П. Распространение радиоволн. – М. : Высш. шк., 1975. – 280 с.
21. Дударев В. И. Математические модели доплеровских методов спутниковой радионавигации // Судовождение: управляемость, управление, навигация, обучение : сб. науч. тр. – Новосибирск : НГАВТ, 1999. – С. 21–26.

22. Булыгина О. М., Залуцкий В. Т. Средства и методы решения геодезических задач по данным доплеровских наблюдений ИСЗ // Научные информации : сб. ст. – М. : Астрон. Совет АН СССР, 1987. – № 62. – С. 18–55.

Получено 12.01.2022

© В. И. Дударев, 2022

## INFLUENCE OF THE CURVATURE OF RADIO-SIGNAL TRAJECTORY IN NEUTROSPHERE ON THE RADIAL VELOCITY OF SATELLITE

*Vladimir I. Dudarev*

Siberian State University of Geosystems and Technologies, 10, Plakhotnogo St., Novosibirsk, 630108, Russia, D. Sc., Professor, Department of Geomatics and Real Estate Infrastructure, phone: (383)343-29-11, e-mail: leodvi@rambler.ru

The article considers the effect of refraction of the Earth's atmosphere on the radial velocity of the satellite, determined by the results of unsolicited differential Doppler trajectory measurements. The aim of the study is to conduct a comparative analysis of errors in the results of these measurements caused by the influence of neutrosphere refraction with errors caused by the hardware accuracy of modern Doppler receivers. To achieve this aim, formulas were obtained that allowed for various zenith distances to estimate perturbations of the satellite's radial velocity caused by the curvature of the trajectory of electromagnetic oscillation propagation in the Earth's neutrosphere. For this assessment, an approximation model developed earlier by the author was also used, which allows determining the length of a curved section of the trajectory of an electromagnetic oscillation in the neutrosphere. In addition, according to the formulas obtained in the work, the absolute errors of measuring the difference frequency and the radial velocity due to the error of counting the number of cycles of the difference frequency by Doppler receivers were estimated. Based on the analysis of the experimental data obtained, the conclusion is made: at the stage of mathematical processing of the results of unsolicited differential Doppler trajectory measurements of satellites, it is necessary to take into account the perturbations of its radial velocity caused by the curvature of the trajectory of the radio signal propagation in the Earth's neutrosphere.

**Keywords:** satellite, differential doppler measurements, radial velocity, refraction, neutrosphere, curvature of the radio signal trajectory, approximation model of the radio signal trajectory, difference frequency

### REFERENCES

1. Dudarev, V. I. (2013). Estimation of nonleniar dynamic systems parameters in space geodesy. *Izvestiya vuzov. Geodeziya i aerofotos"emka [Izvestiya vuzov. Geodesy and Aerophotosurveying]*, 4/S, 8–13 [in Russian].
2. Dudarev, V. I. (2008). Mathematical models of satellites trajectory Doppler – measurements. *Geodeziya I kartografiya [Geodesy and Cartography]*, 2, 76–77 [in Russian].
3. Dudarev, V. I. (2008). Mathematical models of non-inquiry trajectory radio distance measurements of the satellites. *Geodeziya I kartografiya [Geodesy and Cartography]*, 6, 53–54 [in Russian].
4. Dudarev, V. I. (2009). Range correction for the radio signal propagation path in the Earth troposphere. *Izvestiya vuzov. Geodeziya i aerofotos"emka [Izvestiya Vuzov. Geodesy and Aerophotosurveying]*, 6, 37–39 [in Russian].
5. Dudarev, V. I. (2018). Taking account of radiosignal trajectory curvature in tropospheric long-distance radio measurements of satellites. *Vestnik SGUGiT [Vestnik SSUGT]*, 23(3), 154–162 [in Russian].

6. Alekseev, A. V., Kabanov, M. V. & Kushtin, I. F. (1982). *Opticheskay refrakciya v zemnoi atmosfere (gorizontalnie trassi) [Optical refraction in the earth's atmosphere (horizontal paths)]*. Novosibirsk: Nauka Publ., 160 p. [in Russian].
7. Kolosov, M. A., & Shabelnikov, A. V. (1976). *Refrakciya ehlektromagnitnyh voln v atmosferah Zemli, Venery i Marsa [Refraction of electromagnetic waves in atmospheres of the Earth, Venus and Mars]*. Moscow: Sovetskoe radio Publ., 220 p. [in Russian].
8. Henriksen, S., Mancini, A. & Chovitz, B. (1975). *Ispolsovanie iskusstvennih sputnikov dlya geodezii [The use of artificial satellites for geodesy]*. L. V. Rihlova & V. V. Nesterov (Trans.). Moscow: Mir Publ., 432 p. [in Russian].
9. Black, H. D. (1978). An easily implemented algorithm for tropospheric range correction. *Journal of Geophysical Research*, 83(B4), 1825–1828.
10. Chen, J. Y. (1982). Geodetic datum and Doppler positioning. *Mitt. geod. Inst. Techn. Univ. Graz.*, 39, 255 p.
11. Hopfieldt, H. S. (1971). Tropospheric effects on electromagnetically measured range: prediction from surface weather data. *Radio Science*, 6(3), 357–367.
12. Hopfieldt, H. S. (1972). Tropospheric refraction effects on satellite range measurements. *APL Technical Digest*, 11(4), 11–19.
13. Kouba, J. A. (1983). A review of geodetic and geodynamic satellite doppler positioning. *Reviews of Geophysics and Space Physics*, 21(1), 27–40.
14. Saastamoinen, J. J. (1973). Contribution to the theory of atmospheric refraction. *Bulletin Geodesique*, 107, 13–34.
15. Schluter, W., & Pesec, P. (1982). Mathematisches modell zur auswertung von auswertung von dopplermessungen. *Veroffentlichungen Deutsche geodatische Kommission bei der Bayerischen Akademie der Wissenschaften*, 210(B), 37–54.
16. Banyai, L. & Felshe, G. (1982). Modeling of errors of Doppler supervisions. In *Sbornik dokladov Bolgarskoi Akademii Nauk: no. 20. Mezhdunarodnoy nauchnoy konferensii: Nabludenija iskusstvennih sputnikov Zemli [Reports of the Bulgarian Academy of Sciences: No. 20. International Scientific Conference: Observations of Artificial Earth Satellites]* (pp. 358–364). Sofia.
17. Munck, J. C. (1982). Ionospheric correction for (pseude) range measurement to satellites. *Proceedings of the General Meeting of the IAG* (pp. 553–561). Tokyo.
18. Murray, C. A. (1986). *Vectornaya astrometriya [Vectorial astrometry]*. Y. S. Yatskiv (Trans.). Kiev: Naukova dumka Publ., 328 p. [in Russian].
19. Dudarev, V. I. (2000). Method of definition of influence of atmospheric refraction in radio engineering trajectory measurements of satellites. In *Sbornik materialov Mezhdunarodnoy nauchnoy konferentsii [Proceedings of International Scientific Conference, devoted to the 220 Anniversary from the Date of the Basis of the Moscow State University of Geodesy and Cartography]* (pp. 9–17). Moscow: MIIGAiK Publ. [in Russian].
20. Grudinskay, G. P. (1975). *Rasprostranenie radiovoln [Propagation of radio waves]*. Moscow: Vishchay shkola Publ., 280 p. [in Russian].
21. Dudarev, V. I. (1999). Mathematical models of Doppler methods of satellite radio navigation. *Sbornik nauchnih trudov NGAVT [Collection of Scientific Papers NGAVT]*, 21–26 [in Russian].
22. Buligina, O. M., & Zaluchki, V. T. (1987). Means and methods for solving geodetic problems based on data from Doppler observations of satellites. *Nauchnie informacii Astronomicheskogo Soveta AN SSSR [Scientific Information of the Astronomical Council of the USSR Academy of Sciences]*, 62, 18–55 [in Russian].

Received 12.01.2022

© V. I. Dudarev, 2022